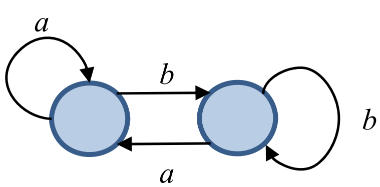
Φροντιστήριο 2, 30/01/20

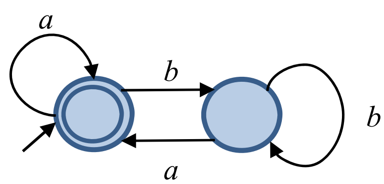
Άσκηση 1

Ποια από τα πιο κάτω αυτόματα αποτελούν DFA επί του αλφάβητου {*a*,*b*}. Αιτιολογήστε τις απαντήσεις σας.

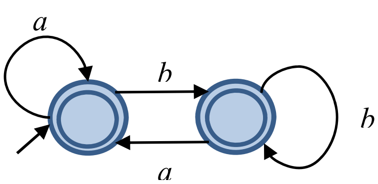
(i)



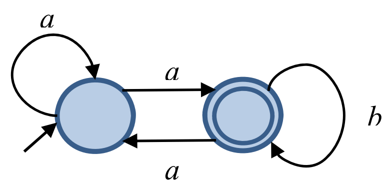
(ii)



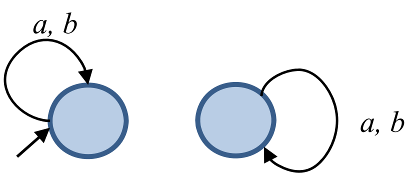
(iii)



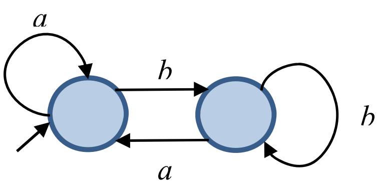
(iv)



(v)



(vi)



Άσκηση 2

Για κάθε μια από τις πιο κάτω γλώσσες, να κατασκευάσετε αυτόματο επί του αλφάβητου {*a*,*b*} που να την αναγνωρίζει. Σε κάθε περίπτωση να δείχνετε (1) τον τυπικό ορισμό του αυτομάτου και (2) το διάγραμμα καταστάσεων.

(α) {w |η w αρχίζει από *a* ή τελειώνει σε *b*}

(β) {w |η w περιέχει την υπολέξη *aba*}

(γ) {w |η w αρχίζει με την υπολέξη *aba*}

(δ) {w |η w τελειώνει με την υπολέξη *aba*}

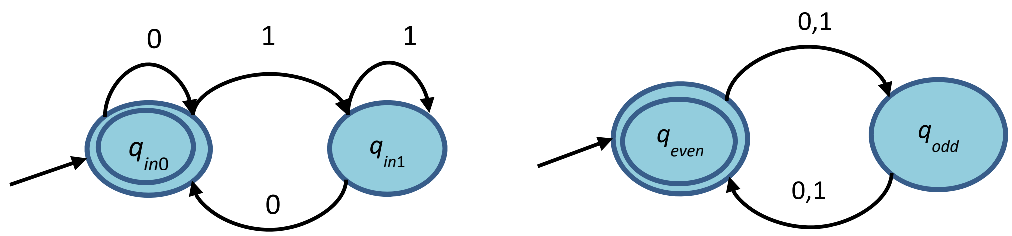
(ε) {w |η w δεν περιέχει την υπολέξη *aba*}

Άσκηση 3

Να αποδείξετε ότι κλάση των κανονικών γλωσσών είναι κλειστή ως προς την τομή. Δηλαδή, αν οι γλώσσες A και B είναι κανονικές τότε και η γλώσσα $A \cap B = \{w \mid w \in A \text{ και } w \in B\}$ είναι κανονική.

Άσκηση 4

Χρησιμοποιώντας την κατασκευή σας από την Άσκηση 3, να σχεδιάσετε το διάγραμμα καταστάσεων αυτομάτου που αναγνωρίζει την τομή των γλωσσών των δύο πιο κάτω αυτομάτων.



Σύνοψη DFA

ΟΡΙΣΜΟΣ

Πεπερασμένο αυτόματο είναι μια πεντάδα $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, όπου

1. Q είναι ένα πεπερασμένο σύνολο, τα στοιχεία του οποίου ονομάζονται *καταστάσεις*,
2. Σ είναι ένα πεπερασμένο σύνολο, που ονομάζεται *αλφάβητο*,
3. $\delta: Q \times \Sigma \to Q$, είναι η *συνάρτηση μεταβάσεων*,
4. $q_0 \in Q$ είναι η *εναρκτήρια κατάσταση* (αρχική κατάσταση),
5. $F \subseteq Q$ είναι το *σύνολο των καταστάσεων αποδοχής* (τελικές καταστάσεις).

ΟΡΙΣΜΟΣ

Το αυτόματο $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ *αποδέχεται* μια λέξη $w = w_1w_2\ldots w_n \in \Sigma^n$ αν υπάρχει ακολουθία καταστάσεων $r_0, r_1,\ldots, r_n$ του Q που να ικανοποιεί τις συνθήκες:

- $r_0 = q_0$
- $\delta(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$, για $i = 0,\ldots,n-1$, και
- $r_n \in F$

Το αυτόματο M *αναγνωρίζει* τη γλώσσα A αν:

$A = \{w \mid \text{το M αποδέχεται την } w\}$

ΟΡΙΣΜΟΣ

Μια γλώσσα λέγεται *κανονική* αν υπάρχει πεπερασμένο αυτόματο που να την αναγνωρίζει.

ΘΕΩΡΗΜΑ

Η κλάση των κανονικών γλωσσών είναι κλειστή ως προς την ένωση.

ΑΠΟΔΕΙΞΗ

- Κατασκευαστική
- Έστω $M_1 = (Q_1, \Sigma, \delta_1, q_1, F_1)$ και $M_2 = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_2, F_2)$.
- Κατασκευάζουμε το $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ως εξής:
  - $Q = \{(r_1, r_2) \mid r_1 \in Q_1, r_2 \in Q_2\}$
  - Σ: το αλφάβητο είναι το ίδιο με αυτό των M_1 και M_2.
  - Για κάθε $(r_1, r_2) \in Q$ και $a \in \Sigma$, θέτουμε
    $\delta((r_1, r_2), a) = (\delta_1(r_1, a), \delta_2(r_2, a))$
  - $q_0 = (q_1, q_2)$
  - $F = \{(r_1, r_2) \in Q \mid r_1 \in F_1 \text{ ή } r_2 \in F_2\}$
  - Μπορούμε να δείξουμε ότι για οποιαδήποτε λέξη w επί του αλφάβητου Σ:
  - $w \in L(M)$ αν και μόνο αν $w \in L(M_1) \cup L(M_2)$ (Δείξτε το!)