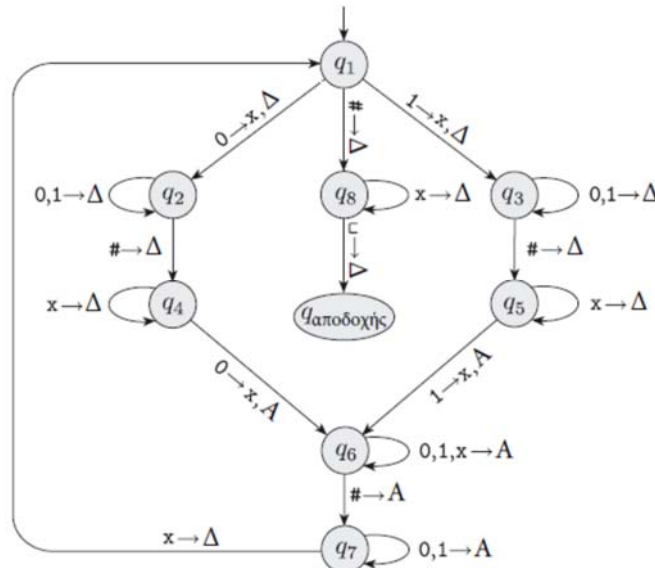


Φροντιστήριο 8, 20/03/19

Άσκηση 1

Θεωρήστε την πιο κάτω Μηχανή Turing όπου όλες οι μεταβάσεις που απουσιάζουν οδηγούν στην κατάσταση απόρριψης ($q_{\text{απόρριψης}}$).



Σε κάθε σκέλος, να προσδιορίσετε την ακολουθία των φάσεων τις οποίες διατρέχει η μηχανή όταν δέχεται τη διδόμενη λέξη.

(α) 11

(β) 1#1

(γ) 1##1

Άσκηση 2

Να εξηγήσετε γιατί η ακόλουθη TM δεν είναι καλά ορισμένη.

$M_{\text{εσφαλμένη}} = \text{'Για είσοδο } p, p \text{ ένα πολυώνυμο των μεταβλητών } x_1, x_2, \dots, x_k:$

1. Βρίσκουμε όλους τους δυνατούς συνδυασμούς ακέραιων τιμών των x_1, x_2, \dots, x_k .
2. Υπολογίζουμε την τιμή του p για κάθε ένα από αυτούς
3. Αν για κάποιο συνδυασμό το p ισούται με 0, *αποδεχόμαστε*, διαφορετικά, *απορρίπτουμε*.

Άσκηση 3

Να διατυπώσετε μια λεπτομερή περιγραφή κάποιας TM που να διαγιγνώσκει την ακόλουθη γλώσσα. Στη συνέχεια να αναπτύξετε την περιγραφή σας σε μια τυπική περιγραφή.

$$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid \eta \ w \text{ περιέχει διπλάσια } 0 \text{ από } 1\}$$

Άσκηση 4

Μια μηχανή Turing αριστερής επαναφοράς είναι παρόμοια με μια συνήθη TM με τη διαφορά ότι η συνάρτηση μεταβάσεων έχει τη μορφή

$$\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{\Delta, E\}$$

Αν $\delta(q,a) = (r,b,E)$, τότε, όποτε η ταινία βρίσκεται στην κατάσταση q και διαβάζει το σύμβολο a , μεταβαίνει στην κατάσταση r , γράφει στην ταινία το σύμβολο b και επαναφέρει την κεφαλή της στο αριστερότερο άκρο της ταινίας. Επομένως, η μηχανή μπορεί να μετακινήσει την κεφαλή της είτε μία θέση προς τα δεξιά είτε στην αρχή της ταινίας (και όχι μία θέση προς τα αριστερά). Να δείξετε ότι αυτή η παραλλαγή των ΤΜ είναι ισοδύναμη με το απλό μοντέλο.

Σύνοψη: Μηχανές Turing

ΟΡΙΣΜΟΙ

A. Μηχανή Turing (TM) είναι μια επτάδα $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{acc}, q_{rej})$

1. Το Q είναι ένα πεπερασμένο σύνολο καταστάσεων
2. Το Σ είναι το αλφάβητο εισόδου, που δεν περιέχει το σύμβολο διαστήματος
3. Το Γ είναι το αλφάβητο ταινίας, με $\epsilon \in \Gamma, \Sigma \subseteq \Gamma$
4. Η συνάρτηση μετάβασης $\delta: (Q - \{q_{acc}, q_{rej}\}) \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{A, \Delta\}$
5. $q_0 \in Q$ είναι η εναρκτήρια κατάσταση
6. $q_{acc} \in Q$ είναι η κατάσταση αποδοχής
7. $q_{rej} \in Q$ είναι η κατάσταση απόρριψης, με $q_{rej} \neq q_{acc}$

B. Φάση μιας ΤΜ είναι ένα αντικείμενο που αναφέρεται σε τρία αντικείμενα:

- Η κατάσταση στην οποία βρίσκεται η μηχανή
- Το περιεχόμενο της ταινίας
- Η θέση της κεφαλής

Παράδειγμα φάσης: Η φάση 1011 q_0 1111 αναπαριστά την κατάσταση όπου, το αυτόματο βρίσκεται στην κατάσταση q , η ταινία έχει περιεχόμενο 101101111 και η κεφαλή βρίσκεται στο δεύτερο 0

Γ. Κατηγορίες Φάσεων:

- **Εναρκτήρια/αρχική φάση** για είσοδο $w: q_0w$
- **Αποδεκτική φάση:** Η μηχανή βρίσκεται στην κατάσταση αποδοχής
- **Απορριπτική φάση:** Η μηχανή βρίσκεται στην κατάσταση απόρριψης
- **Τερματικές φάσεις:** αποδεκτική και απορριπτική

Δ. Αποδοχής Λέξης:

Μια φάση Φ_1 αποδίδει μια φάση Φ_2 αν μπορούμε να μεταβούμε από την Φ_1 στη Φ_2 με ένα μόνο βήμα.

Μια ΤΜ M **αποδέχεται** τη λέξη x αν υπάρχει μια ακολουθία φάσεων $\Phi_0, \Phi_1, \dots, \Phi_k$ όπου

1. Φ_0 αρχική
2. Φ_i αποδίδει Φ_{i+1} για κάθε $0 \leq i < k$ και
3. Φ_k φάση αποδοχής

Δ. Γλώσσα ΤΜ: Μια μηχανή Turing M αναγνωρίζει τη γλώσσα L όπου

$$L = \text{'σύνολο των λέξεων που αποδέχεται η } M \text{'}$$