

## Ασκήσεις Επανάληψης – Ασυμφραστικές Γλώσσες

### Άσκηση 1

Θεωρήστε την ασυμφραστική γραμματική  $(\{S\}, \{a,b\}, R, S)$ , όπου  $R$  οι πιο κάτω κανόνες:

$$S \rightarrow aSbSa \mid \varepsilon$$

(α) Να δώσετε 4 λέξεις που παράγονται από τη γραμματική και να επιδείξετε την παραγωγή τους.

(β) Να δώσετε 4 λέξεις που δεν παράγονται από τη γραμματική εξηγώντας τις απαντήσεις σας.

### Άσκηση 2

Να δώσετε ασυμφραστικές γραμματικές που να παράγουν τις πιο κάτω γλώσσες:

(α)  $\{w \in \{a,b\}^* \mid \eta \text{ w περιέχει τον ίδιο αριθμό από } a \text{ και } b \}$

(β)  $\{a^m b^n \mid n \leq m \leq 2n\}$

(γ)  $\{w \in \{a,b\}^* \mid \eta \text{ w περιέχει τρία συνεχόμενα } a \}$

(δ)  $\{a,b\}^* \{a^4, b^4\}^* \{a,b\}^*$

### Άσκηση 3

Για κάθε μια από τις πιο κάτω περιπτώσεις, να παρουσιάσετε τη γλώσσα που παράγεται από τις γραμματικές με αρχικό σύμβολο  $S$ , τερματικά σύμβολα  $\{a,b\}$  και τους κανόνες που ακολουθούν.

(α)  $S \rightarrow aX, X \rightarrow bX \mid \varepsilon$

(β)  $S \rightarrow aX, X \rightarrow aX \mid bX \mid \varepsilon$

(γ)  $S \rightarrow aX \mid bY \mid \varepsilon, X \rightarrow aS, Y \rightarrow bS$

(δ)  $S \rightarrow abScB \mid \varepsilon, B \rightarrow bB \mid b$

### Άσκηση 4

Θεωρήστε τη γραμματική  $G = (\{S,X\}, \{a,b\}, R, S)$ , όπου  $R$  οι πιο κάτω κανόνες.

$$S \rightarrow aXa \mid bXa$$

$$X \rightarrow aXa \mid bXa \mid \varepsilon$$

(α) Ποια γλώσσα παράγεται από τη  $G$ ;

(β) Να δείξετε ότι η γλώσσα που παράγεται από τη  $G$ , σύμφωνα με την απάντησή σας στο μέρος (α), δεν είναι κανονική.

(γ) Να μετατρέψετε τη  $G$  σε μια ισοδύναμη γραμματική που να βρίσκεται σε κανονική μορφή Chomsky.

### Άσκηση 5

Έστω  $G$  η ασυμφραστική γραμματική  $(\{S,A,B\}, \{a,b\}, R, S)$ , όπου  $R$  οι πιο κάτω κανόνες.

$$S \rightarrow aABB \mid aAA$$

$$A \rightarrow aBB \mid a$$

$$B \rightarrow bBB \mid A$$

Να κατασκευάσετε ένα ισοδύναμο αυτόματο στοίβας για τη  $G$ .

### Άσκηση 6

Να κτίσετε αυτόματα στοίβας για τις πιο κάτω γλώσσες:

$$(\alpha) \{w \in \{a,b\}^* \mid \eta \text{ w περιέχει διπλάσιο αριθμό } a \text{ από } b \}$$

$$(\beta) \{w \in \{a,b\}^* \mid \eta \text{ w περιέχει διαφορετικό αριθμό } a \text{ από } b \}$$

$$(\gamma) \{a^m b^n c^m \mid m > 0, n \geq 0\}$$

$$(\delta) \{a^m b^n c^m \mid m > 0, n > 0\}$$

$$(\epsilon) \{a^m b^n \mid n \leq m \leq 2n\}$$

### Άσκηση 7

Να αποφασίσετε κατά πόσο οι πιο κάτω γλώσσες είναι ασυμφραστικές αιτιολογώντας με ακρίβεια τις απαντήσεις σας.

$$(\alpha) \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ και } i = j \text{ ή } i = k \text{ ή } j = k\}$$

$$(\beta) \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ και } i \neq j \text{ ή } i \neq k \text{ ή } j \neq k\}$$

$$(\gamma) \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ και } i = j \text{ και } i = k \text{ και } j = k\}$$

### Άσκηση 8

Να αποδείξετε ότι οι πιο κάτω γλώσσες δεν είναι ασυμφραστικές.

$$(\alpha) \{a^m b^{2m} c^m \mid m \geq 0\}$$

$$(\beta) \{w \in \{a,b\}^* \mid \eta \text{ w περιέχει ίσο αριθμό από } a, b \text{ και } c\}$$

$$(\gamma) \{w_1 w_2 \mid w_1 \in \{0,1\}^* \text{ και } w_2 = 0^k 1^m \text{ όπου } k \text{ και } m \text{ είναι το πλήθος των εμφανίσεων του } 0 \text{ και } 1, \text{ αντίστοιχα, στη λέξη } w_1\}$$